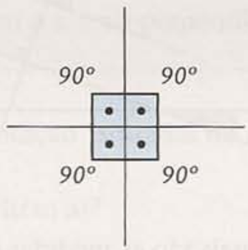
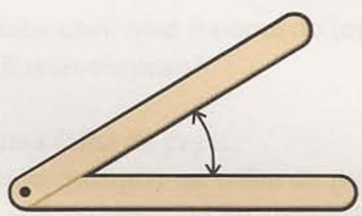
Um pouco mais sobre ângulos

Aula 31

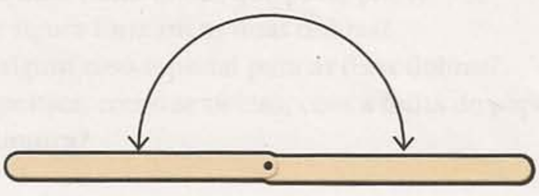
Na Aula 30, você já viu que duas retas concorrentes formam quatro ângulos. Você também viu que, quando os quatro ângulos são iguais, as retas são perpendiculares e cada ângulo é um ângulo reto, ou seja, mede 90° (90 graus), como mostra a figura:



Podemos formar ângulos usando dois palitos de sorvetes ligados por um pino. Veja as figuras seguintes:

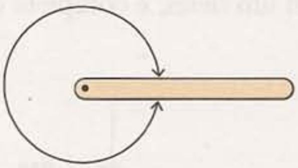


Quando os palitos se abrem ao máximo sobre uma mesma reta, formam um ângulo raso, que mede 180°.



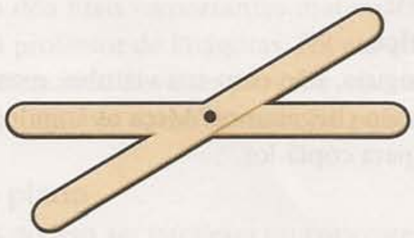
Quando os palitos se fecham completamente, temos um ângulo nulo, que mede 0°. É o mesmo caso da tesoura fechada.

Se continuarmos a "abrir" o ângulo entre os palitos, além do ângulo raso, eles se fechariam do outro lado, quando chegássemos a um ângulo completo, que mede 360°. Neste caso, tanto faz dizer que o ângulo é de 360° como de 0°.



Ângulo completo (360°)

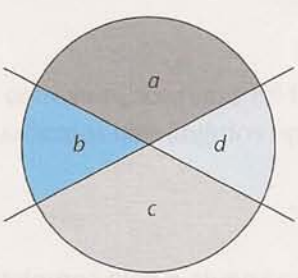
Agora, tente responder: que ângulos são iguais quando os palitos estão na posição da figura abaixo?

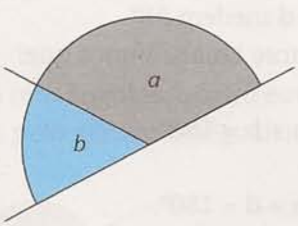


Ângulos suplementares

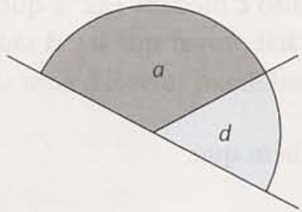
Observando com atenção duas retas concorrentes, concluímos algumas coisas importantes sobre os ângulos que elas formam. Veja a figura seguinte, na qual chamamos os ângulos de **a**, **b**, **c** e **d**. Por exemplo, o que formam dois ângulos vizinhos, como **a** e **b**? (Pense.)

Os ângulos **a** e **b** formam um ângulo raso (logo, somam 180°). O mesmo acontece com os ângulos **a** e **d** ou com quaisquer outros ângulos vizinhos.





$a + b = 180°$

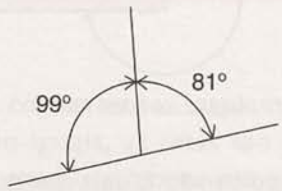


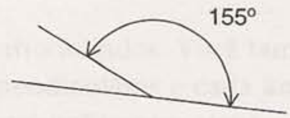
$a + d = 180°$

Dois ângulos que somam 180°, como **a** e **b**, são chamados ângulos suplementares. Portanto:

Duas retas concorrentes formam quatro ângulos, tais que quaisquer dois ângulos vizinhos são suplementares.

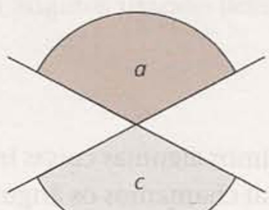
Aqui estão alguns pares de ângulos suplementares. Com um transferidor, confira as medidas destes ângulos, como mostramos em um deles, e complete com a medida do ângulo que falta, medindo-o ou apenas raciocinando.

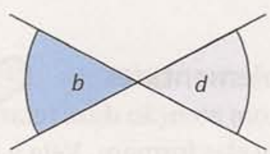




Ângulos opostos pelo vértice

Se agora compararmos cada ângulo, não com seu vizinho, mas com o ângulo oposto a ele em relação ao vértice, a que conclusão chegaremos? Meça os ângulos da figura seguinte ou compare-os usando papel transparente para copiá-los.





Se você mediu ou comparou, por exemplo, os ângulos **b** e **d**, então deve ter percebido que eles são iguais. Você pode se assegurar melhor disso traçando vários pares de retas concorrentes e medindo ou comparando ângulos opostos pelo vértice. Na figura anterior, verificamos que tanto **a** quanto **c** medem 122° e que **b** e **d** medem 58°.

É fácil provar que **b** e **d** são sempre iguais. Vimos que:

$$a + b = 180°,$$

e também que:

$$a + d = 180°.$$

Como a figura anterior mostra, tanto **b** quanto **d** são o que falta ao ângulo **a** para completar 180°. Ou seja, **b** e **d** são suplemento de **a**. Logo: **b** = **d**.

Da mesma forma, prova-se que: **a** = **c**.

Provamos, então, que:

Ângulos opostos pelo vértice são iguais.

Esta conclusão é atribuída a um dos mais importantes matemáticos da Antigüidade: Tales de Mileto, que viveu na Grécia e foi professor de Pitágoras. Foi ele quem propôs que, para ser considerado verdadeiro, um fato matemático deve ser provado: não basta saber que é assim, mas é preciso saber por que é assim. Exatamente como fizemos há pouco.

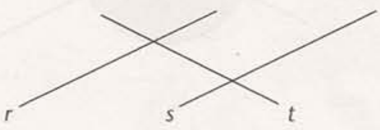
As posições de três retas no plano

Vimos que, no plano, duas retas podem ser paralelas ou concorrentes. Vamos ver o que ocorre quando há uma terceira reta no plano.

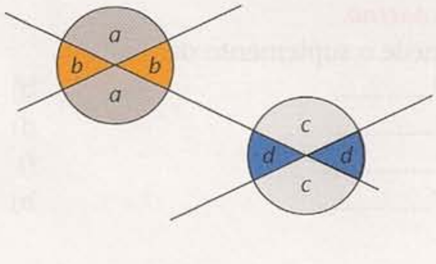
Quando, além das duas retas paralelas (**r** e **s**), tivermos uma terceira reta (**t**), as possibilidades são estas:

a) **t** é paralela a **r** e **s**

b) **t** é concorrente com **r** e **s**



Observe com atenção o caso b): temos oito ângulos, quatro em cada uma das retas paralelas (dos quais já sabemos que ângulos opostos pelo vértice são iguais):



Atividades

Faça no seu caderno.

1. Meça com um transferidor os ângulos **a**, **b**, **c** e **d** da figura anterior. Se não tiver um transferidor, use papel transparente para comparar os ângulos **a** e **b** com **c** e **d**. Tente tirar uma conclusão.

Retas paralelas cortadas por uma transversal

Assim como dizemos: "A rua Z é paralela à rua X, e a rua Y é transversal às duas", também usamos esses termos em Geometria. Quando nos referimos a essas ruas, estamos falando de duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal. O que observamos?

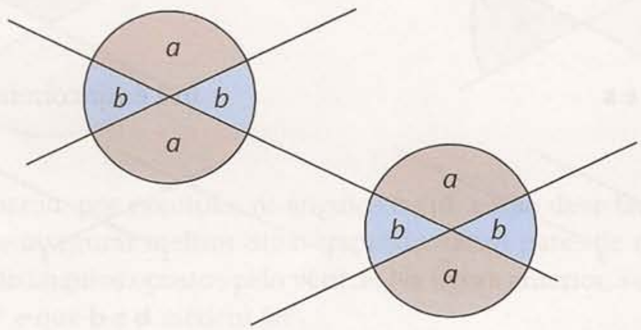
Você respondeu certo se a sua conclusão na atividade anterior foi esta:

> Duas retas paralelas cortadas por uma transversal formam ângulos correspondentemente iguais.

Assim, na figura anterior, temos que:

$$\mathbf{a = c} \quad \text{e} \quad \mathbf{b = d}$$

O resultado é que os oito ângulos são iguais quatro a quatro.



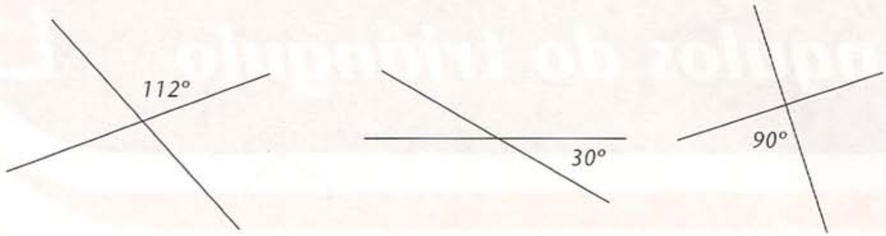
Atividades

Faça no seu caderno.

2. Quanto mede o suplemento de:

a) 58°............	b) 122°............
c) 13°............	d) 60°..............
e) 45°............	f) 0°................
g) 90°............	h) x graus........

3. Em cada um destes pares de retas concorrentes, quanto medem os outros ângulos?



4. Esta figura mostra duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal. Complete-a com a medida dos outros ângulos.