

Operando com potências

Introdução

Operações com potências são muito utilizadas em diversas áreas da Matemática, e em especial no cálculo algébrico. O conhecimento das propriedades operatórias da potenciação pode facilitar a resolução de cálculos com expressões algébricas, que de outra forma seriam bastante trabalhosos.

Para estudar essas propriedades, vamos antes rever algumas definições de potências com expoentes inteiros e bases reais.

Nossa aula

Potenciação, por definição, é uma forma prática e simples de se representar uma multiplicação de fatores iguais.

Na potenciação, o fator da multiplicação chama-se **base** e o número de vezes que o fator se repete é representado pelo **expoente**. Por exemplo:

- $5 \times 5 = 25 \leftrightarrow 5^2 = 25$
 2 vezes
 Onde 5 é a base e 2 é o expoente.
 Lê-se: "5 ao quadrado".
- $2 \times 2 \times 2 = 8 \leftrightarrow 2^3 = 8$
 3 vezes
 Onde 2 é a base e 3 é o expoente.
 Lê-se: "2 ao cubo".
- $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81 \leftrightarrow 3^4 = 81$
 4 vezes
 Onde 3 é a base e 4 é o expoente.
 Lê-se: "3 à 4ª potência".

De maneira geral, podemos escrever:

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ vezes}} = a^n$$

se $n \geq 2$ (número inteiro)

Alguns casos especiais da potenciação:

- $a^1 = a$ para qualquer a
- $a^0 = 1$ se $a \neq 0$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ se $a \neq 0$

Além dessas definições, convencionou-se ainda que:

$$-3^2 \text{ significa } -(3)^2 = -(3 \cdot 3) = -9 \quad \text{e}$$

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$$

Portanto:

$$-3^2 \neq (-3)^2$$

Isso nos leva a concluir que, se a base é um número negativo e está elevada a um expoente positivo, é indispensável o uso dos parênteses. Caso os parênteses não sejam utilizados o resultado encontrado poderá ser incorreto.

Vejam alguns exemplos numéricos de aplicação das propriedades vistas até aqui:

- $7^0 = 1$
- $(-2)^2 = +4$
- $6^1 = 6$
- $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$
- $-2^2 = -4$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{(\frac{1}{2})^3} = \frac{1}{(\frac{1}{8})} = 8$

Para calcular o valor de uma potência, quase sempre precisamos efetuar a multiplicação equivalente. Assim, por exemplo, para comparar duas ou mais potências é necessário conhecer antes os seus valores. Por exemplo:

- As potências 3^{-2} e $(-3)^{-2}$ são iguais ou diferentes?

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9} \quad \text{e} \quad (-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$$

Portanto as duas potências são iguais e podemos escrever: $3^{-2} = (-3)^{-2}$

- Qual é a maior 6^{-2} ou -6^{-2} ?

$$6^{-2} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36} \quad \text{ou} \quad -6^{-2} = -(6 \cdot 6) = -36$$

Vimos que 6^{-2} resulta num número positivo e -6^{-2} resulta num número negativo. Todo número positivo é maior que qualquer número negativo.

Logo: $6^{-2} > -6^{-2}$.

