AULA

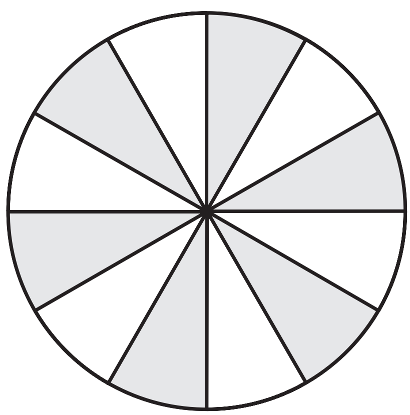
56

A área do círculo

Para pensar

Em uma competição de ciclismo, foi decidido que as rodas das bicicletas seriam pintadas com a cor da camisa de cada competidor.

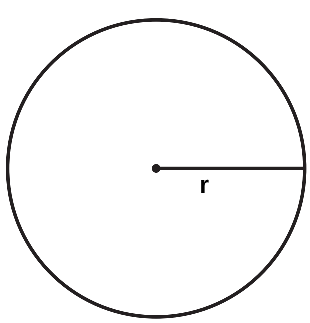
A pintura foi feita como na figura abaixo:



Que parte da roda foi pintada?

Nossa aula

Você já aprendeu na Aula 45 que o comprimento de uma circunferência depende de seu raio e pode ser obtido pela expressão:



comprimento = $2\pi r$

Nesta expressão **r** é a medida do raio e π é um número irracional que aproximamos para 3,14.

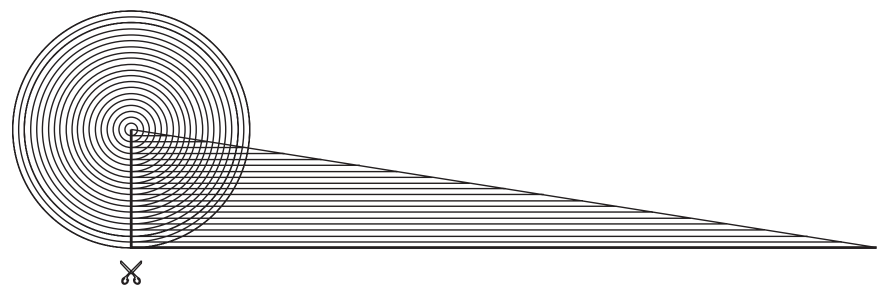
EXEMPLO 1

Numa circunferência cujo raio é de 5 cm, qual é o comprimento?

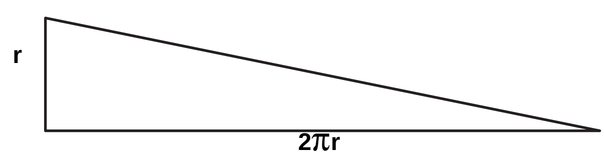
$$2 \cdot \pi \cdot 5 = 10 \cdot 3{,}14 = 31{,}4$$

O comprimento da circunferência é de aproximadamente **31,4 cm**.

Agora, nesta aula, vamos aprender a calcular a área do círculo.
Para isso, imaginamos que o círculo seja formado por várias circunferências concêntricas. Depois, imaginamos também que podemos cortar essas circunferências e esticá-las. A figura que obtemos, então, é um triângulo retângulo:



Nesse processo, quanto maior for o número de circunferências utilizado para completar o círculo, melhor será sua representação em um triângulo.
Observe o triângulo abaixo. Sua altura é igual ao raio do círculo e sua base mede $2\pi r$, isto é, o comprimento da maior circunferência, a fronteira do círculo.



Calculando a área do triângulo, temos:

$$\frac{\text{base . altura}}{2} = \frac{2\pi r \; . \; r}{2} = \pi r^2$$

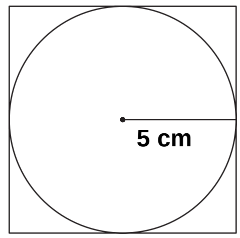
$$\boxed{\text{Área do círculo} = \pi r^2}$$

EXEMPLO 2

Vamos agora calcular a área do círculo do Exemplo 1.
Como $r = 5$ cm, $r^2 = 5 \times 5 = 25$ cm².
A área então será: $\pi \times 25 = 3{,}14$ ´ $25 =$ **78,5 cm²** .

EXEMPLO 3

Na figura abaixo, você pode perceber que a área do quadrado que contém o círculo com o menor desperdício possível é maior que a área do círculo. Qual é a área desperdiçada?



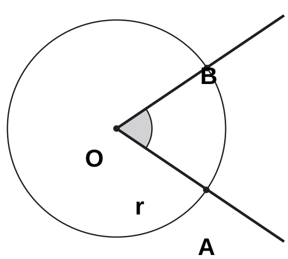
Se o raio do círculo é 5 cm, seu diâmetro mede 10 cm. O lado do quadrado é igual ao diâmetro do círculo: 10 cm. Então:

Área do quadrado = $\ell^2 = 10 \cdot 10 = 100$ cm²
Área do círculo = 78,5 cm² (*ver Exemplo 2*)
Desperdício = 100 - 78,5 = 21,5 cm²

Sugestão: Avalie esse desperdício em termos percentuais.

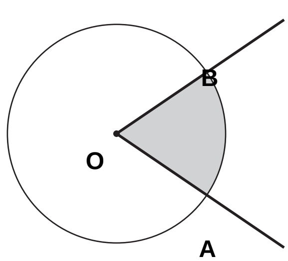
Área do setor circular

Numa circunferência de centro **O** e raio **r** denominamos **ângulo central** ao ângulo cujo vértice está no centro da circunferência e cujos lados cortam a circunferência.



ângulo central AÔB

Um **setor circular** é a região do círculo de centro **O** e raio **r** delimitada por um ângulo central.

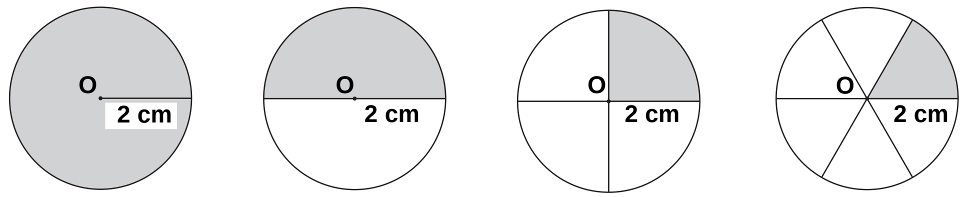


setor circular

Para calcular a área de um setor circular temos duas opções.

1. Se você sabe em quantas **partes iguais** um círculo foi dividido, é só dividir a área do círculo pelo número de partes. Veja o exemplo seguinte.

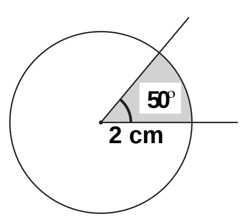
EXEMPLO 4



Área do círculo =	2 partes iguais Área do setor =	4 partes iguais Área do setor =	6 partes iguais Área do setor =
$\pi r^2 = \pi \cdot 2^2$ @ @12,56 cm²	$= \frac{12,56}{2}$ @6,28 cm²	$= \frac{12,56}{4}$ @ 3,14cm²	$= \frac{12,56}{6}$ @ 2,09cm²

2. Quando conhecemos o **ângulo** correspondente ao setor circular, podemos calcular a área de um setor circular usando uma regra de três. Veja o exemplo seguinte.

EXEMPLO 5



Este setor circular corresponde a um ângulo com abertura de 50º que é um segmento do ângulo central.
O ângulo central que corresponde a uma volta completa, ou seja, a todo o círculo, mede 360º.

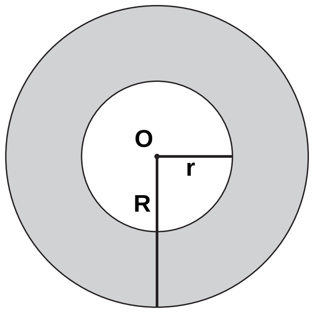
Já calculamos a área do círculo de raio 2 cm no Exemplo 4. Usando a técnica da regra de três (*ver Aula 51*), temos:

	ÁREA	ÂNGULO
CÍRCULO	12,56 cm	360º
SETOR	x	50º

Ou seja: 12,56 cm — 360º
x — 50º

Logo: $x = \dfrac{12,56 \cdot 50^\circ}{360^\circ} = 1,74\,\text{cm}^2$

Área da coroa circular



Observe a figura ao lado. Denomina-se **coroa circular** à região sombreada, que é obtida com dois círculos de mesmo centro **O** e raios diferentes **R** e **r**.

É muito simples calcular a área de uma coroa circular, pois, como você percebe na figura, ela é obtida retirando-se um círculo menor do círculo maior. Desse modo, sua área é obtida subtraindo-se a área do círculo menor da área do círculo maior. Acompanhe o exemplo.

EXEMPLO 6

Fazendo **R = 5 m** e **r = 3 m**, temos:
Área do círculo maior @ 3,14 · 25 = 78,5 m
Área do círculo menor @ 3,14 · 9 = 28,26 m
Área da coroa circular @ 78,5 - 28,26 = **50,24 m**

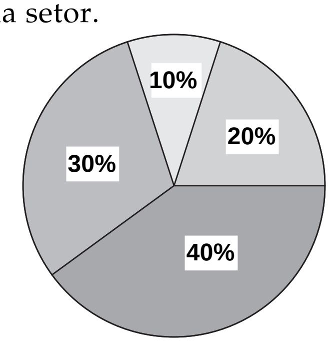
Exercícios

Exercício 1
Calcule a área de um círculo:
a) cujo raio mede 6 cm;
b) cujo diâmetro mede 8 cm.

Exercício 2
Se um círculo com raio de 10 m foi dividido em 9 partes iguais, calcule:
a) a área de um dos setores circulares assim obtidos;
b) a medida do correspondente ângulo central.

Exercício 3
Use a regra de três para calcular a área de um setor circular de 150º de abertura num círculo com 1 m de raio.

Exercício 4
No gráfico de setores abaixo, foi utilizado um círculo com 2 cm de raio. Calcule a área de cada setor.



Exercício 5
Resolva como exercício a Sugestão ao final do Exemplo 3.