AULA

55

Aplicação do Teorema de Pitágoras

Para pensar

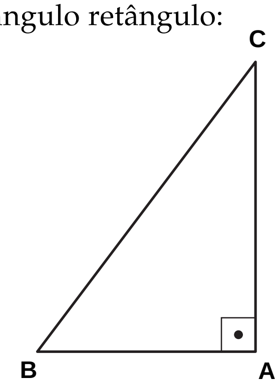
Uma escada de 5 m de comprimento está apoiada num muro. O pé da escada está afastado 3 m da base do muro. Qual é a altura, no muro, que a escada alcança?

Nossa aula

Para resolver esse problema, usaremos uma propriedade muito importante dos triângulos retângulos que foi estudada na aula anterior. Ela é conhecida como Teorema de Pitágoras e diz o seguinte:

> ***Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.***

Observe o seguinte triângulo retângulo:



A **hipotenusa** é o lado maior do triângulo, BC. A hipotenusa pode ser identificada também como o lado oposto ao ângulo reto do triângulo. Os outros lados, AB e AC, são chamados de **catetos**.

Esses nomes, hipotenusa e cateto, são usados apenas para indicar os lados do triângulo retângulo.

O Teorema de Pitágoras se aplica a todos os triângulos retângulos. Portanto, uma maneira rápida e simples de saber se determinado triângulo é retângulo quando conhecemos apenas as medidas de seus lados é aplicar o Teorema de Pitágoras.

EXEMPLO 1

Verifique se o triângulo cujos lados medem 10 cm, 24 cm e 26 cm é retângulo.

Elevando ao quadrado as medidas dos dois lados menores, os catetos, e somando os resultados, temos:

$$10^2 + 24^2 = 100 + 576 = 676$$

Elevando também ao quadrado a medida da hipotenusa:

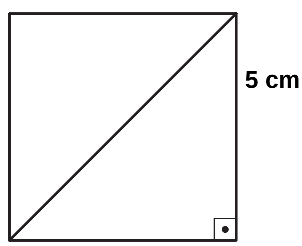
$$26^2 = 676$$

Verificamos que: $26^2 = 10^2 + 24^2$. Logo, este triângulo é retângulo.

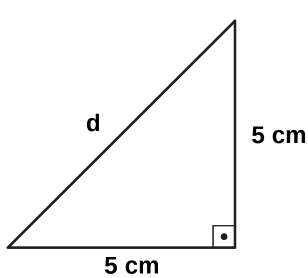
Veja, agora, outras aplicações do Teorema de Pitágoras.

EXEMPLO 2

O lado de um quadrado mede 5 cm. Quanto mede a diagonal desse quadrado?



Você já sabe que a diagonal do quadrado é o segmento de reta que liga dois vértices não consecutivos. Não se esqueça também de que o quadrado tem os quatro lados iguais e os quatro ângulos retos.
Ao traçar uma diagonal, o quadrado fica dividido em dois triângulos retângulos iguais. A diagonal é a hipotenusa, e os lados do quadrado, os catetos.



Na figura ao lado, destacamos um dos triângulos. Assinalamos a diagonal com a letra **d**. Vamos aplicar o Teorema de Pitágoras para determinar o valor de **d** (medida da diagonal):

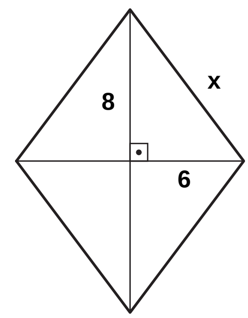
$d^2 = 5 + 5$
$d^2 = 25 + 25$
$d^2 = 50 \rightarrow d = \sqrt{50}$

O resultado $\sqrt{50}$ é um número irracional: tem uma infinidade de casas decimais sem ser periódico.
Não existe nenhum número natural que elevado ao quadrado seja igual a 50. Portanto, o resultado do problema ficará indicado por $\sqrt{50}$. Usando a máquina de calcular, obtemos um resultado aproximado com duas casas decimais. A diagonal do quadrado de lado 5 cm é igual a $\mathbf{\sqrt{50}}$ ou **7,07** cm, aproximadamente.

EXEMPLO 3

Num losango, as diagonais medem 16 cm e 12 cm. Determine a medida do lado do losango.

O losango é um quadrilátero que possui os quatro lados iguais. Suas diagonais são diferentes entre si e perpendiculares, isto é, cortam-se ao meio formando quatro ângulos retos.



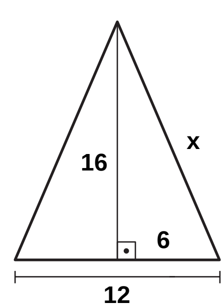
Observe na figura acima que, ao se cruzarem, as diagonais dividem o losango em quatro triângulos retângulos. Em cada um deles os catetos medem 8 cm e 6 cm, pois cada cateto é a metade de uma diagonal. Veja que chamamos a hipotenusa do triângulo de **x**, representando a medida do **lado** do losango que vamos calcular. Aplicando Pitágoras, temos:

$$x^2 = 8^2 + 6^2$$
$$x^2 = 64 + 36$$
$$x^2 = 100$$
$$x = \sqrt{100} \rightarrow x = 10$$

Logo, o lado do losango mede **10 cm**.

EXEMPLO 4

Um triângulo isósceles tem 16 cm de altura e 12 cm de base. Determine a medida dos outros dois lados.



Vamos lembrar que o triângulo isósceles possui dois lados iguais e um diferente, chamado **base**.
Quando traçamos a altura do triângulo em relação à base ela forma dois triângulos retângulos iguais, onde um dos catetos é a **altura** (16 cm), o outro mede **metade da base** (6 cm) e a hipotenusa é um dos **lados iguais** do triângulo isósceles, cuja medida é desconhecida (**x**).

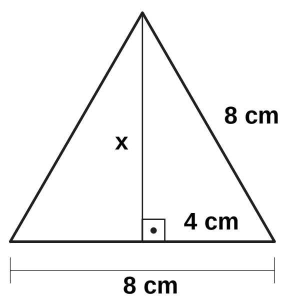
Assim, aplicando Pitágoras:

$$x^2 = 16^2 + 6^2$$
$$x^2 = 256 + 36$$
$$x^2 = 292$$
$$x^2 = \sqrt{292}$$

A medida dos lados iguais do triângulo isósceles é $\sqrt{292}$ **cm** ou **17,08 cm** aproximadamente.

EXEMPLO 5

Num triângulo equilátero cujo lado mede 8 cm, quanto mede a altura?

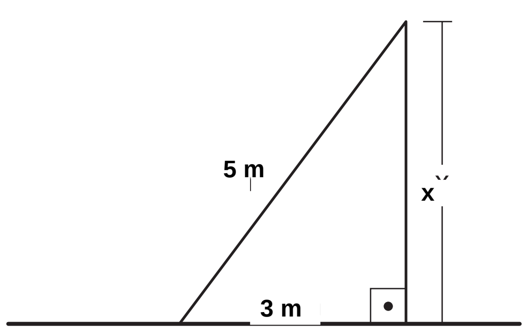


Da mesma forma que no triângulo isósceles, ao traçarmos a altura formam-se dois triângulos retângulos iguais, onde um dos catetos é a **altura** (**x**) que não conhecemos a medida, o outro mede **metade do lado** (4 cm) e a hipotenusa é o **lado** do triângulo equilátero (8 cm). Aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$8^2 = x^2 + 4^2$$
$$64 = x^2 + 16$$
$$64 - 16 = x^2 + 16 - 16 \qquad \text{(}\textit{lembre-se da Aula52}\text{)}$$
$$48 = x^2 \rightarrow x = \sqrt{48}$$

A altura do triângulo retângulo de lado 8 cm é, porta: $\sqrt{48}$ **cm** ou **6,92 cm** aproximadamente.

Vamos agora resolver o problema sugerido no início da aula que é, também, uma interessante aplicação prática do Teorema de Pitágoras. Observe:



Ao encostar no muro, a escada forma um triângulo retângulo onde:

- o comprimento da escada é a hipotenusa do triângulo (5 m);
- a distância do pé da escada à base do muro é a medida de um dos catetos do triângulo (3 m);
- a altura que a escada alcança no muro é a medida do outro cateto (**x**), que não conhecemos.

Aplicando Pitágoras:

$$\begin{aligned} 5^2 &= 3^2 + x^2 \quad \textit{(aplicando a operação inversa da adição, a subtração)} \\ 25 &= 9 + x^2 \\ 25 - 9 &= x^2 \\ x^2 &= 16 \\ &\rightarrow x = \sqrt{16} \rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

A altura que a escada alcança no muro é de **4 cm**.

Exercícios

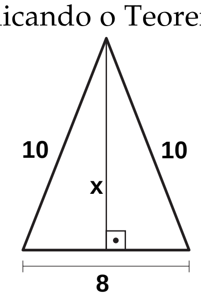
Exercício 1

Verifique se o triângulo cujos lados medem 13 cm, 12 cm e 5 cm é um triângulo retângulo.

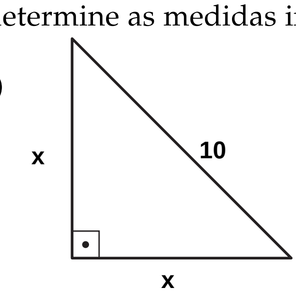
Exercício 2

Aplicando o Teorema de Pitágoras, determine as medidas indicadas:

a)



b)



Exercício 3

As diagonais de um losango medem 18 cm e 24 cm. Calcule a medida do lado desse losango.

Exercício 4

Calcule a medida da diagonal de um retângulo cujos lados medem 36 m e 27 m.

Exercício 5

Calcule a medida da diagonal do quadrado cujo perímetro mede 24 cm.

Exercício 6

As diagonais de um losango medem 6 m e 8 m. Qual é o perímetro desse losango?