

Números proporcionais

A distância entre Rio de Janeiro e São Paulo é de 400 km. Qual é a distância entre as duas cidades em um mapa feito na escala de 1 : 200.000?

Para pensar

Se uma caixa d'água produz uma sombra de 20 m e um homem com 1,80 m de altura produz uma sombra de 1,20 m, medidas no mesmo local e na mesma hora, qual é a altura da caixa?

Nossa aula

Comparando o comprimento da sombra do homem com sua altura, medidos em centímetros (cm), encontramos:

$$\frac{120}{180} = \frac{2}{3}, \text{ depois de simplificar a fração.}$$

A divisão é uma das formas que usamos para comparar dois números. Dizemos que a **razão** entre o comprimento da sombra e a altura do homem é de $\frac{2}{3}$ ou **2 : 3**, que se lê **2 para 3**.

Como as medidas foram feitas na mesma hora e no mesmo local, a razão entre o comprimento da caixa d'água e sua altura também será $\frac{2}{3}$.

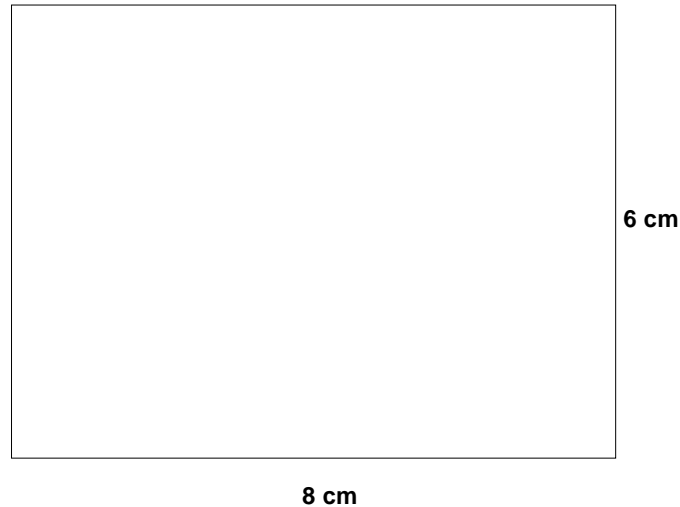
$$\frac{20\text{m}}{?} = \frac{2}{3}$$

A altura da caixa d'água é igual a 30 m, pois a razão $\frac{20}{30}$ é igual a $\frac{2}{3}$.

No caso de mapas geográficos, plantas de casas ou maquetes de projetos, a **escala** determina a relação entre as medidas de um desenho e as medidas reais que correspondem a ele.

EXEMPLO 1

A planta de uma sala retangular está desenhada na escala 1 : 100. Determine as medidas reais dessa sala.



escala: $\frac{1}{100}$ ou 1:100

A razão entre as medidas que aparecem na planta da sala e as medidas reais é de **1 : 100** ou $\frac{1}{100}$ (lê-se **1 para 100**), o que significa que as medidas reais são 100 vezes maiores do que as medidas assinaladas na planta.

Para determinar as medidas reais da sala, vamos multiplicar as medidas da planta por 100:

$$6 \text{ cm} \cdot 100 = 600 \text{ cm} = 6 \text{ m}$$

$$8 \text{ cm} \cdot 100 = 800 \text{ cm} = 8 \text{ m}$$

1

As medidas reais da sala são, portanto, **6 m e 8 m**.

O mesmo deveria ser feito com qualquer outra medida que aparecesse na planta, como, por exemplo, largura e altura de portas e janelas.

Vimos que uma razão compara dois números pela divisão. Quando encontramos uma igualdade entre duas razões, a relação matemática é chamada de proporção, e dizemos que as quantidades medidas são proporcionais.

Uma pessoa viaja 120 km em 2 horas. Quantas horas levará a mesma pessoa para percorrer 180 km com a mesma velocidade?

$$\frac{120}{2} = \frac{180}{?}$$

Essa igualdade é uma **proporção**, e os números que medem as distâncias e o tempo são **proporcionais**. Quanto maior a distância, maior será o tempo para percorrê-la.

Como calcular o número que não se conhece na proporção desse exemplo? Vamos recordar algumas proporções que já conhecemos:

$$\text{a) } \frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

$$\text{b) } \frac{3}{4} = \frac{24}{32}$$

É fácil verificar que:

$$\text{a) } 2 \cdot 9 = 18 \\ 3 \cdot 6 = 18, \text{ logo } 2 \cdot 9 = 3 \cdot 6$$

$$\text{b) } 3 \cdot 32 = 96 \\ 4 \cdot 24 = 96, \text{ logo } 3 \cdot 32 = 4 \cdot 24$$

Acabamos de chegar a uma propriedade muito importante e bastante usada em Matemática:

Numa proporção, os produtos do numerador de uma fração pelo denominador da outra fração são iguais.

Voltando ao exemplo, podemos agora determinar o termo desconhecido da proporção $\frac{120}{2} = \frac{180}{?}$.

Substituindo o ponto de interrogação (?) pela letra **x**, que é usada em lugar do termo desconhecido (Aula 44),

$$\frac{120}{2} = \frac{180}{x}$$

e aplicando a propriedade que vimos anteriormente:

$$\begin{aligned} 120x &= 2 \cdot 180 \\ 120x &= 360 \\ x &= 360 \div 120 && \text{(Aplicando operação inversa)} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

A pessoa levará **3 horas** para percorrer os 180 km.

Exercícios

Exercício 1

Nesta tabela, devemos encontrar vários pares de números A e B. Complete a tabela de modo que a razão de A para B seja sempre o número $\frac{6}{7}$.

	A	B	RAZÃO $\frac{A}{B}$	RAZÃO $\frac{A}{B}$ NA FORMA MAIS SIMPLES
a)	12	14	$\frac{12}{14}$	$\frac{6}{7}$
b)		21		
c)	30			
d)		100		
e)	100			

Exercício 2

Numa sala de aula há 30 alunos, dos quais 12 são meninas:

- Qual a razão do número de meninas para o total de alunos da turma?
- Qual é a razão do número de meninas para o total de alunos da turma?
- Qual é a razão do número de meninas para o número de meninos?

Exercício 3

Determine o valor de x em cada uma das seguintes igualdades de modo que elas se tornem verdadeiras:

a) $\frac{20}{8} = \frac{x}{6}$

b) $\frac{14}{30} = \frac{x}{90}$

c) $\frac{x}{3} = \frac{75}{15}$

d) $\frac{x}{4} = \frac{36}{27}$

Exercício 4

A planta de uma casa foi feita em escala de 1 : 50. Quanto medirá na planta uma parede que mede 20 m?

Exercício 5

Quanto custam 12 canetas se 4 custam R\$ 3,50?

Sugestão: Estabeleça o preço usando o conceito de proporção.