Ângulos do triângulo

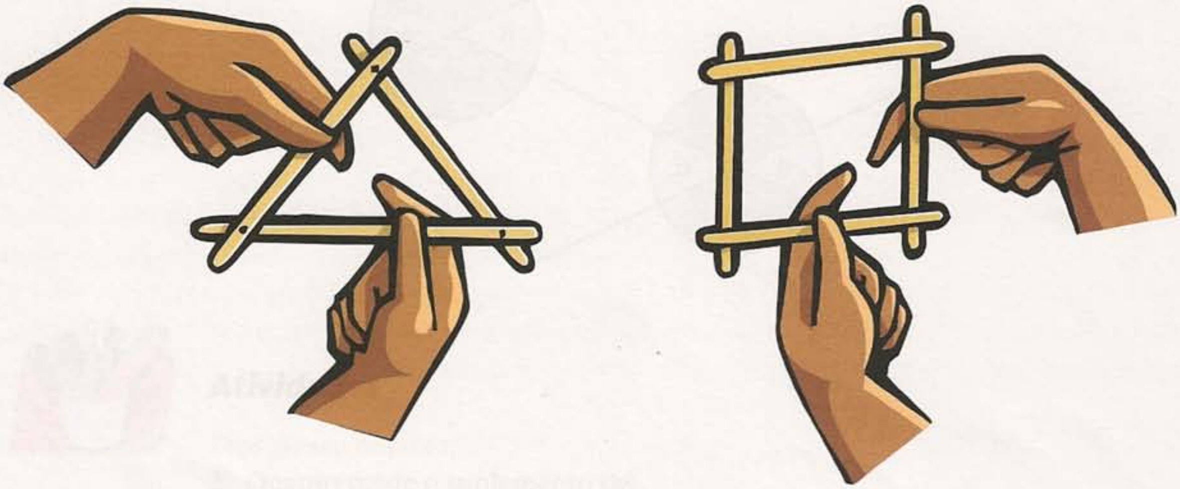
Aula 32

O triângulo é uma das figuras mais importantes da Geometria, e também uma das mais interessantes. Na nossa vida diária, existem bons exemplos de aplicação de triângulos e de suas propriedades. Quer ver alguns?

- Qual o número mínimo de pernas que um objeto deve ter para se manter de pé? Três pernas – como um tripé para máquina fotográfica – formando, portanto, um triângulo no chão.

- Como fazer para deixar firme uma estante de hastes com prateleiras que está balançando para os lados?

Atravessando uma outra haste em diagonal, na parte de trás da estante, formando um triângulo, que é um polígono rígido. E isso é fácil de verificar montando um triângulo com palitos de sorvete, por exemplo. Observe que o triângulo não se deforma, como aconteceria com um quadrado. (Experimente.)

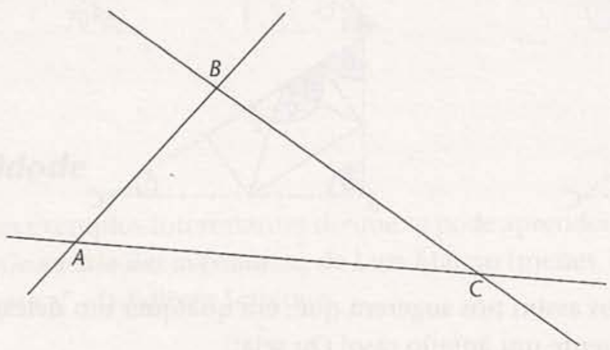


Iniciaremos o estudo dos triângulos por uma de suas propriedades mais importantes. Ela trata dos ângulos de um triângulo qualquer. É interessante que você observe os triângulos que aparecem à sua volta, especialmente seus ângulos.

Existe alguma lei, relativa a ângulos, que se aplique a todos os triângulos?

Três retas concorrentes duas a duas

Na aula anterior, começamos a ver o que pode acontecer com três retas no plano. Vamos ver agora o que ocorre quando há três retas sem que duas sejam paralelas entre si. Ou seja, quando as retas são concorrentes duas a duas:



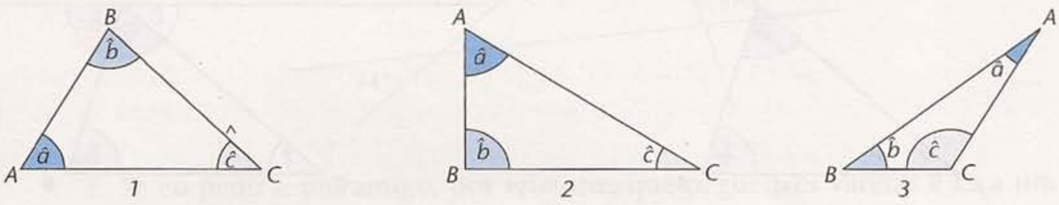
Veja que se forma um triângulo: um polígono com três lados e cujos vértices (**A**, **B** e **C**) são os pontos onde as retas se cruzam. O que observamos sobre os ângulos desse triângulo?

Atividades

Faça no seu caderno.

1. Para esta atividade, você precisará de lápis, papel, tesoura e transferidor ou papel transparente.

   Recorte triângulos com a forma destes:



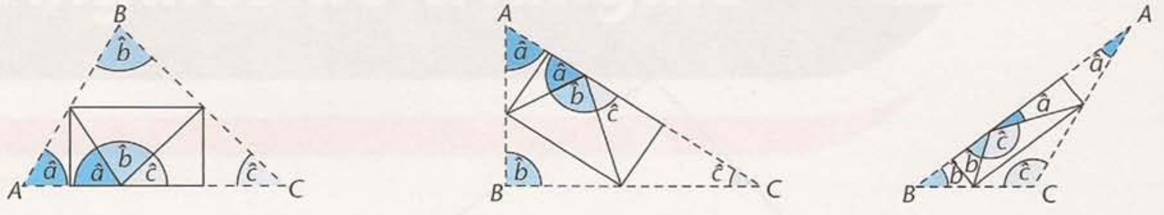
- Usando transferidor, meça os ângulos de cada triângulo e faça uma tabela com essas medidas. Se você não tiver transferidor, use papel transparente e copie-os. Procure relações entre esses ângulos: compare-os, some-os, etc.
- Tente chegar a uma conclusão sobre a relação entre os ângulos de um triângulo.
- Se você chegou a alguma conclusão, tente prová-la.

Sugestão:

Para raciocinar melhor, faça dobraduras nos triângulos, reunindo os três ângulos em volta de um mesmo ponto.

Soma dos ângulos internos de um triângulo

Dobrando os triângulos de papel para reunir os três ângulos em volta do mesmo ponto, chegamos ao que se vê nas figuras abaixo:



Os triângulos dobrados assim nos sugerem que, em qualquer um deles, os ângulos **a**, **b** e **c** reunidos formam exatamente um ângulo raso! Ou seja:

$$a + b + c = 180°$$

Pelas dobraduras, os triângulos de papel estão nos revelando um fato geométrico. Será que este fato é válido para qualquer triângulo? Vamos verificar.

Vamos tomar o triângulo da figura seguinte para tentar provar que a soma dos três ângulos é de fato um ângulo raso. Para isso, precisamos reunir os três ângulos em volta de um ponto.

Ora, basta lembrar que, para "transportar" um ângulo para outro lugar, bastam duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal. Assim, vamos traçar, por um vértice qualquer do triângulo, uma reta paralela ao lado oposto ao vértice escolhido.

Escolhemos o vértice A e, por ele, traçamos uma reta paralela à base BC. Comparando com a figura que vimos na aula passada, de duas retas paralelas cortadas por uma transversal, vemos que os ângulos ao lado de **a** são iguais a **b** e **c**. Primeiro, a transversal é AB, e, portanto, o ângulo à direita de **a** é igual a **b**; e, depois, a transversal é AC, e o ângulo à esquerda de **a** é igual a **c**.

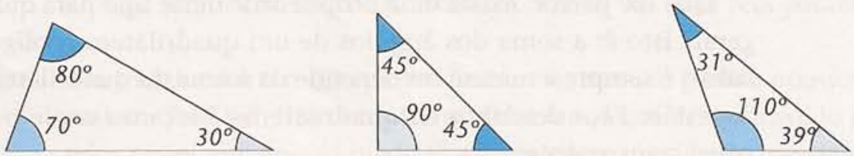
Conclusão: **a**, **b** e **c** formam um ângulo raso, ou seja,

$$a + b + c = 180°$$

Podemos verificar que isso é válido para qualquer triângulo. Portanto, provamos que:

A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Veja estes triângulos, por exemplo:



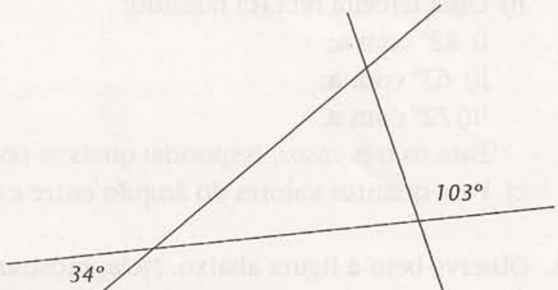
Curiosidade

Há muitos exemplos interessantes do que se pode aprender fazendo dobraduras, no livro *Geometria das dobraduras*, de Luiz Márcio Imenes, da coleção "Vivendo a Matemática", da Editora Scipione.

Atividades

Faça no seu caderno.

2. Calcule os ângulos do triângulo formado por estas varetas:



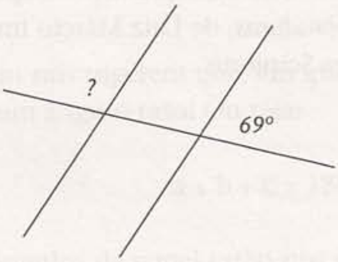
3. Se eu pedir a um amigo, por telefone, que pegue três varetas e faça um triângulo com ângulos de 77°, 69° e 34°, será que posso ter certeza de que ele fará um triângulo exatamente igual ao que eu estou imaginando?

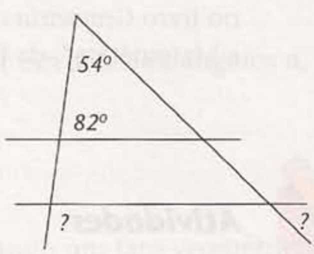
4.
   a) Quanto mede o terceiro ângulo de um triângulo em que os outros dois ângulos medem 50° e 70°?
   b) Desenhe duas retas (**r** e **s**), que formam um ângulo de 50°. Agora desenhe uma terceira reta (**t**) que faça 70° com **r**. Qual é o ângulo entre **t** e **s**?
   c) Quantas retas **t** existem nessas condições?
   d) Quantos triângulos têm um ângulo de 50° e um de 70°?
   e) Conhecendo os três ângulos de um triângulo, sabemos qual é a sua forma? E seu tamanho?

5. Você já viu que a soma dos ângulos de um triângulo é 180°.
   Que lhe parece: existe uma propriedade desse tipo para quadriláteros, em geral? Isto é: a soma dos ângulos de um quadrilátero (polígono de quatro lados) é sempre a mesma ou depende da forma do quadrilátero?
   Sugestão: Faça desenhos de quadriláteros. Meça ou copie os ângulos com papel transparente.

Nas próximas atividades, você poderá revisar o que estudamos nas últimas aulas.

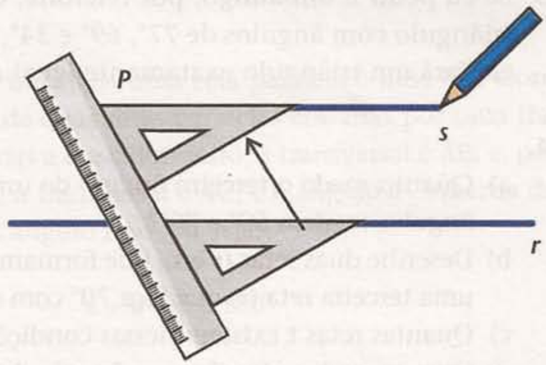
6. Utilizando o conceito de paralelismo entre retas, calcule os ângulos assinalados:





7. Desenhe:
   a) Duas retas (**a** e **b**) que formem um ângulo de 72°.
   b) Uma terceira reta (**c**) fazendo:
      i) 82° com **a**;
      ii) 63° com **a**;
      iii) 72° com **a**.
      Para os três casos, responda: quais as posições relativas das retas **b** e **c**?
   c) Para quantos valores do ângulo entre **c** e **a** temos **b** e **c** paralelas?

8. Observe bem a figura abaixo. Nela, mostramos um método para traçar, com régua e esquadro, uma reta **s** paralela a uma reta **r** dada, passando por um ponto P:



   a) Por que, por este método, **s** resulta paralela a **r**?

b) Qual o papel da régua, em relação às retas?
c) Que ângulo do esquadro é "transportado" de uma reta paralela à outra?

9. Um transferidor tem 10 cm (em linha reta) entre os pontos opostos, que representam 0° e 180°. Um outro transferidor tem 5 cm. Ao ser medido pelo transferidor maior, um ângulo mede 4°. Quanto deve medir pelo transferidor menor?
Pense bem para resolver esta atividade!

10. Os dois cabos desta tesoura especial fazem um ângulo de 40° quando a tesoura está fechada. Qual é a medida desse ângulo quando as lâminas da tesoura fazem 10°?