

Quem é maior?

Aula 25

Dois amigos resolveram apostar qual deles acertava mais bolas ao cesto. João arremessou 12 bolas e acertou 7; Mário arremessou 15 bolas e acertou 8.

- Escreva as frações que representam os acertos de cada um.
- Qual deles ganhou a aposta?

Comparação de frações

Comparar duas frações é verificar se elas são iguais ou não e, caso sejam diferentes, qual delas é a maior.

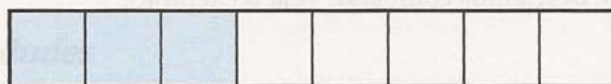
Quando as frações têm o mesmo denominador, a comparação é imediata. Veja o exemplo.

Exemplo 1

Qual é a fração maior: $\frac{3}{8}$ ou $\frac{5}{8}$?

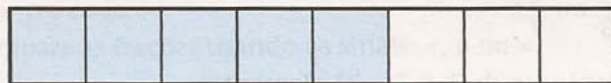
Observe as figuras:

$$\frac{3}{8}$$



$$\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$$

$$\frac{5}{8}$$



É fácil concluir a seguinte regra:

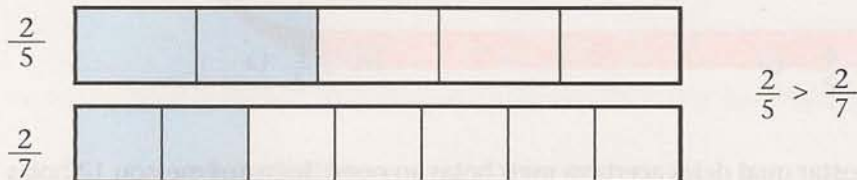
Quando os denominadores são iguais, a maior fração é a que tem maior numerador.

E quando apenas os numeradores das frações forem iguais? Qual será a maior fração?

Exemplo 2

Qual é a maior fração: $\frac{2}{5}$ ou $\frac{2}{7}$?

Observe as figuras:



Você pode observar que a primeira figura foi dividida em menor número de partes que a segunda. Por isso, as duas partes que representam $\frac{2}{5}$ são maiores que as duas partes que representam $\frac{2}{7}$. Concluimos, então, que:

Quando as frações têm numeradores iguais, a maior é a que tem menor denominador.

Comparar frações de denominadores iguais ou de numeradores iguais é bastante simples. Mas, como comparar frações de denominadores e de numeradores diferentes?

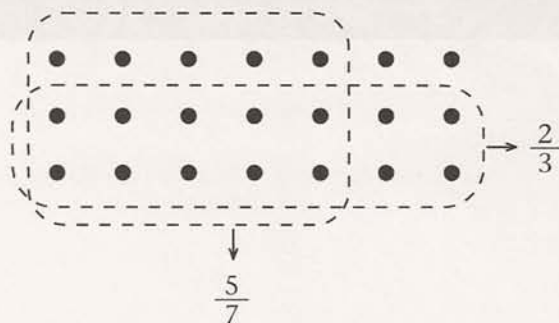
Podemos fazer isso usando um conjunto repartido em outros conjuntos que permitam a representação das frações que desejamos comparar. Veja o exemplo.

Exemplo 3

Qual é a maior fração: $\frac{2}{3}$ ou $\frac{5}{7}$?

Vamos considerar um conjunto de $3 \times 7 = 21$ elementos.

Para facilitar, organizamos esses elementos formando um retângulo, como na figura seguinte. Depois, fazemos uma cerca em volta dos elementos que representam $\frac{5}{7}$ do total e outra em volta dos elementos que representam $\frac{2}{3}$ do total. Precisamos de um conjunto que possa ser repartido em terços e em sétimos. Escolhemos um conjunto com os elementos em 3 fileiras com 7 elementos ou em 7 fileiras com 3 elementos. Assim:



Na figura, é fácil ver que $\frac{5}{7}$ é maior que $\frac{2}{3}$:

$\frac{5}{7}$ do conjunto contêm 15 elementos; $\frac{2}{3}$ do conjunto contêm 14 elementos.

Também podemos comparar frações com denominadores diferentes sem usar figuras. Para isso, substituímos as frações dadas por outras equivalentes a elas, com denominadores iguais.

Para comparar $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$, por exemplo, qual deverá ser o denominador das novas frações? O denominador deverá ser múltiplo de 5 e também múltiplo de 4, já que devemos encontrar frações equivalentes.

Sabemos que 20 é múltiplo comum a 5 e 4. Portanto, ele será o denominador das frações equivalentes a $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$.

Além disso, já sabemos que, multiplicando o numerador e o denominador de uma fração pelo mesmo número, encontramos uma fração equivalente.

Para transformar $\frac{2}{5}$ em uma fração de denominador 20, fazemos assim:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20}$$

Como $\frac{3}{4}$ também deve ser transformada em uma fração de denominador 20, fazemos assim:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

Como $\frac{15}{20}$ é maior que $\frac{8}{20}$, concluímos que: $\frac{3}{4} > \frac{2}{5}$



Atividades

Faça no seu caderno.

1. Compare as frações usando os sinais: <, > ou =.

a) 0 _____ $\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{3}$ _____ $\frac{1}{5}$

b) $\frac{2}{3}$ _____ $\frac{5}{6}$

e) $\frac{1}{4}$ _____ $\frac{2}{8}$

c) $\frac{6}{4}$ _____ $\frac{5}{4}$

f) $\frac{3}{4}$ _____ $\frac{1}{2}$

2. Coloque em ordem crescente as frações:

$$\frac{2}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{7}{10}$$

Adição de frações

Estamos prontos, agora, para aprender a somar frações. A regra é a seguinte:

Para somar duas frações de mesmo denominador, somamos os numeradores.

Essa regra é fácil de entender. Somar $\frac{1}{10}$ com $\frac{3}{10}$, por exemplo, significa que uma certa unidade foi dividida em 10 partes e que juntamos uma parte com três partes. É claro que teremos, então, quatro das 10 partes. Assim:

$$\frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10}$$

E se as duas frações não têm mesmo denominador? Não há problema. Já sabemos encontrar frações equivalentes, com denominadores iguais. Observe o exemplo.

Exemplo 4

Vamos calcular $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$.

Repare que 12 é múltiplo de 4 e também de 6. Então:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{2}{12}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

Frações maiores que a unidade

Sabemos que toda fração que tem numerador igual ao denominador representa a unidade.

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4}$$

Podemos, então, entender o que significa uma fração com numerador maior que o denominador.

Por exemplo, o que significa a fração $\frac{5}{4}$?

É claro que, de um bolo que foi dividido em quatro partes iguais, não podemos pegar cinco partes. Mas, pelo que vimos anteriormente, raciocinamos assim:

$$\frac{5}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4}$$

Assim, $\frac{5}{4}$ representa uma unidade inteira mais $\frac{1}{4}$ dessa unidade. Portanto, a expressão $\frac{5}{4}$ de bolo deve ser entendida como 1 bolo inteiro mais a quarta parte de um outro bolo idêntico.

O numerador pode ser muito maior que o denominador. Não há problema. Por exemplo, vamos ver o que é $\frac{12}{4}$:

$$\frac{12}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} = 1 + 1 + 1 = 3 \text{ unidades}$$



Atividades

Faça no seu caderno.

3. Faça as operações:

a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} =$

b) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} =$

c) $\frac{1}{2} + \frac{3}{8} =$

d) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$

4. Escreva cada fração abaixo como soma de um número inteiro e uma fração com numerador menor que o denominador. Veja o modelo:

$$\frac{7}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$$

a) $\frac{8}{3} =$

b) $\frac{17}{12} =$

c) $\frac{23}{5} =$

5. A diferença entre duas frações segue o mesmo critério da soma. Tente fazer estas operações:

a) $\frac{4}{5} - \frac{1}{5} =$

b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$

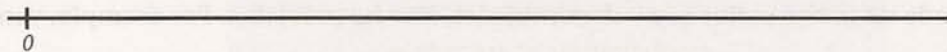
c) $1 - \frac{2}{5} =$

d) $\frac{7}{8} - \frac{5}{6} =$

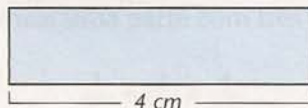
A reta numérica

Um recurso bastante interessante para representar frações é o da reta numérica.

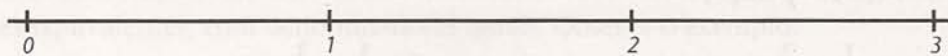
Trace uma reta e nela marque um ponto, que representa o zero:



Pegue uma tira de papel de aproximadamente 4 cm, como esta:



Usando esta tira como unidade, marque na reta os pontos que representarão os números inteiros.

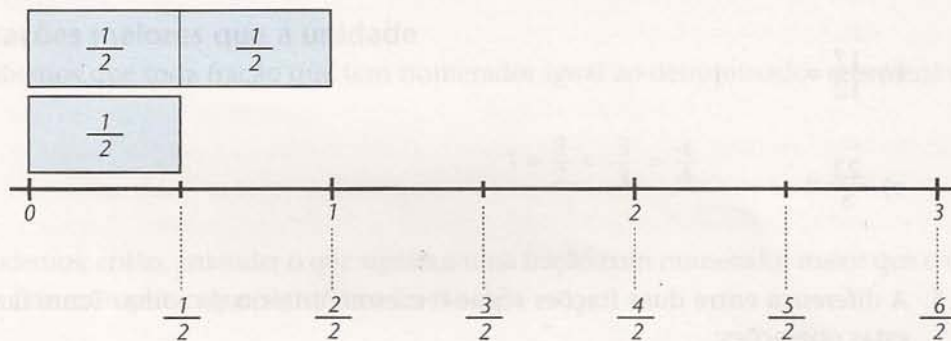


Divida a tira em duas partes iguais.

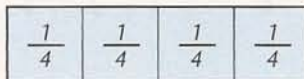
Já sabemos que cada uma dessas partes representa a fração $\frac{1}{2}$ (um meio).



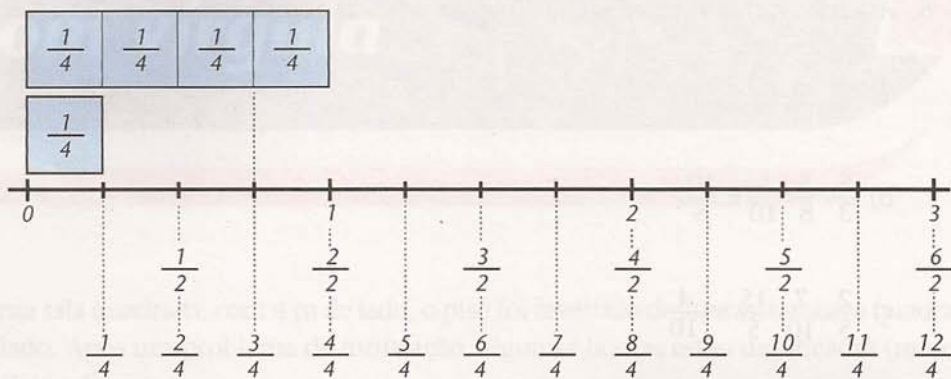
Usando essa metade da tira, marque, a partir do zero e para a direita, os pontos que representam as frações: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{5}{2}$, etc.



Pegue outra tira de papel, igual à anterior, e divida-a em quatro partes iguais. Cada parte representa a fração $\frac{1}{4}$ (um quarto):



Usando esse pedaço da tira $\frac{1}{4}$, marque na mesma reta, a partir do zero, os pontos que representam as frações:



Esse processo pode continuar. Se dividirmos ao meio o pedaço da tira que vale $\frac{1}{4}$, obteremos uma fração que vale $\frac{1}{8}$. Veja:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Com esse pequeno pedaço de tira, podemos marcar as frações:

$$\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \text{ etc.}$$

Se, por outro lado, dividirmos a nossa primeira tira em três partes iguais, teremos uma parte que vale $\frac{1}{3}$. Com ela, podemos marcar, na reta numérica, as frações:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \text{ etc.}$$

O trabalho de colocar as frações na reta numérica não acaba nunca. Mas o importante é saber que:

Qualquer fração tem seu lugar determinado na reta numérica.



Atividades

Faça no seu caderno.

6. Assinale numa mesma reta as frações de cada item:

a) $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{6}{6}$

b) $\frac{5}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{10}$ e $\frac{10}{6}$

c) $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{15}{5}$ e $\frac{4}{10}$

7. Em cada item da atividade anterior, destaque a maior fração.

8. Gil e Gal disputavam um torneio ortográfico: queriam saber quem escrevia corretamente o maior número de palavras difíceis. Primeiro, Gil ditou 50 palavras, e Gal escreveu certo 30 delas. Depois foi a vez de Gal ditar 50 palavras. Mas, quando Gil escreveu a quadragésima (40ª) palavra, chegaram uns amigos, e a brincadeira acabou. Gil, que tinha acertado 24 palavras, disse: "Ganhei! Tenho a maior fração de acertos." Foi mesmo?